

測圓海鏡細草

測圓海鏡細草卷第四

翰林學士知制誥同修國史樂城李冶撰

底勾一十七問

或問乙出南門東行不知步數而立甲出北門東行二百步見之就乙斜行二百七十二步與乙相會問答同前

法曰二行差數乘甲東行又四之爲平方實得全徑

草曰識別得二行相減餘七十二步卽乙出

南門東行數也以甲東行減於就乙斜行餘七十二步以乘甲東行步得一萬四千四百步又四之得五萬七千六百步爲實以平方開之得二百四十步卽城徑也合問

或問乙從坤隅南行三百六十步甲出北門東行二百步見之問荅同前

法曰二行步相乘倍之爲實乙南行爲從一步常法

草曰立天元一爲城徑以減於二之甲東行

步得長_{三〇〇}爲兩個小差以乙南行步乘之得
_{三〇〇}爲城徑幕寄左然後以天元幕與左相
消得_{三〇〇}以平方開之得二百四十步卽
城徑也合問

又法半之乙南行步乘甲東行爲實半乙南行
爲從一步常法得半徑

草曰立天元一爲半城徑減甲東行得長_{三〇〇}
爲小差乃半乙南行步得一百八十步以乘
小差得_{三〇〇}爲半徑幕寄左然後以天元幕

與左相消得下式卜^〇卍^{〇〇〇}以平方開之得一
百二十步倍之卽城徑也合問

或問乙從坤隅東行一百九十二步而止甲出
北門東行二百步見乙問荅同前

法曰兩行步相乘爲實甲東行爲從一爲隅
得半徑

草曰立天元一爲半徑減於乙東行得^〇卍^{〇〇〇}
以甲行步乘之得^〇卍^{〇〇〇}爲半徑^{寄左}然後

以天元羈與左相消得卜^〇卍^{〇〇〇}以平方開之

得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問乙出南門直行一百三十五步甲出北門
東行二百步見乙問荅同前

法曰以乙南行步乘甲東行步又四之爲實
從空乙南行爲廉一步常法

草曰立天元一爲城徑加乙南行得阮卽爲
股率其甲東行卽勾率也置乙南行卽爲小
股以勾率乘之得太合以股率除今不受除
便以此爲小勾寄股率乃以甲東行步乘之

得元

非

又四之得二千一百六十萬於太極

位爲一段城徑冪

寄股率分母

寄左

然後以天元

城徑自之又以股率分母通之得一

同數與左相消得下式

以立方開

之得二百四十步卽城徑也合問

又法二行相乘又以自乘爲實以東行冪乘南

行冪爲益方南行冪爲從八步益隅

鏡案此有誤當

云以二之東行乘南行冪爲益方

南行冪爲從廉四之東行爲益隅立方開得

小勾七十二

草曰立天元一爲小勾以南行爲小股以東
行二百步爲大勾也置大勾內減天元得長
小爲中勾也以小股乘之得三〇以天元小
勾除之得元爲中股卽城徑也以自之
得三〇爲城徑冪也寄左又立天元小勾
以乘大勾二百步又四之得三〇爲同數與
左相消得三〇開立方得七十二步卽
小勾也以乘大勾二百步爲實平方開得一
百二十步倍之卽城徑也合問

又法求半徑以南行步乘東行攝爲實從空東
行步爲廉二常法

草曰立天元一爲半徑以二之加南行步得
阮刪爲股率以東行爲勾率以南行爲小股
也置小股以勾率乘之得阮^{〇〇}以股率除之
不受除只寄股率分母便以此爲小勾也又
以勾率乘之得下式阮^三爲半徑^{寄左}
再立天元半徑以自之又以分母股率乘之
得^{〇〇〇〇}阮爲同數與左相消得^{〇〇〇〇}阮^〇開

立方得一百二十步倍之卽城徑也合問
或問乙出東門南行三十步而止甲出北門東
行二百步望見乙與城參相直問荅同前
法曰以甲東行步乘乙南行羈爲實以乙南
行羈爲從甲東行內減二之乙南行爲益廉
一步爲隅得半徑

草曰立天元一爲半城徑減於甲東行步得
辰₁₀₀爲小勾以天元加於乙南行步得辰₁₁₀
爲小股乃以天元加東行步得辰₁₁₀爲大勾

置大勾以小股乘之得一元上合以小勾除

之今不受除便以此為大股內帶小又置天

元半徑以分母小勾乘之得一元上減於大股

餘二元上以乙南行步乘之得一元上為半

徑羈內有小寄左然後以天元為羈又以小

勾通之得一元上為同數與左相消得下式

一元上以立方開之得一百二十步倍之

即城徑也合問翻法在記。銳案據此知開

又法乙南行乘甲東行為平實二數相減為從

一益隅翻開得半徑

草曰別得二數相併爲大勾內少一虛股其二數相減爲小差弦也 立天元一爲半徑

副置之上位減於二百步得 ㄩ° 爲勾圓差

卽小差下位加三十步得 ㄩ° 爲小差股勾

股相乘得 ㄩ° 爲一段小差積寄左再以

小差勾減小差股餘有 ㄩ° 爲一較也又以

此較減於小差弦 ㄩ° 得下式 ㄩ° 爲一個弦

較較以天元乘之得下式 ㄩ° 爲同數與左

相消得 100 開平方得一百二十步卽半

城徑也合問

翻法在記

再立此法者蓋從簡也

〔案〕此乃以小差勾爲平弦上弦較較半徑爲平股故以小差弦上弦較較與半徑相乘等於平弦上弦較較與小差股相乘爲一段小差積也

或問乙出東門南行不知步數而立甲出北門東行二百步望見乙復就乙斜行一百七十

步與乙相會問荅同前

法曰以二行差乘甲東行爲實甲東行內減
二行差爲益方一步常法得半徑

草曰識別得二行相減餘三十步卽乙出東
門南行步也更不須用茲立天元一以爲半城徑

加乙南行得 ㄗ 爲小股副置甲東行步上
位減天元得下式 ㄗ 爲小勾下位加天元
得 ㄗ 爲大勾也乃置大勾以小股乘之得
下式 ㄗ 合以小勾除不受除便以此爲

大股

內帶小勾分母

又倍天元以小勾乘之得卅元

以減於大股得卅元又倍之得元爲

兩個股圓差合以勾圓差乘之緣爲其中已

帶小勾分母更不須乘便以此爲黃方算無更

分寄左母然後倍天元以自之爲同數與左相

消得元上下俱半之俱半之者蓋從簡也得元

以平方開之得一百二十步倍之卽圓徑

也合問

或問乙出南門直行不知步數而止甲出北門

東行二百步見之復就乙斜行四百二十五步與乙相會問荅同前

法曰倍兩行差以乘二之甲東行爲實從空四之甲東行於上倍兩行差加上位爲隅得半徑

草曰識別得二行差二百二十五步卽半徑爲勾之股也立天元一以爲半徑便是小勾其二行差便是小股乃置甲東行步加天元得阮卍爲大勾以小股乘之得下式阮卍又

以小勾除之得元為大股又倍天元以

減之得元為股圓差又倍之得元

為兩個股圓差於上乃以天元減甲東行得

遠元為勾圓差以乘上位得下式元

為城徑寄左然後倍天元一以自之與左

相消得元開平方得一百二十步倍

之即城徑也合問此係得數各升一位然後開平方

又法併二數以二數差乘之開方得底股復以

甲東行二百步乘之為實併二數而半之以

爲法如法得二百四十步卽城徑也合問用此

股上容圓求之比
前法極爲簡易

或問乙從乾隅南行不知步數而止甲出北門
東行二百步望見之復就乙斜行六百八十
步與乙相會問荅同前

法曰併二行以二行差乘之內減二行差爲
爲實併二行步及二行相減數案卽倍
乙斜行爲從

二步常法得半徑

草曰識別得斜行六百八十步卽大弦也其

測圖海鏡卷四

二行相減餘四百八十步卽半圓徑與大差

共數也

銳案元本脫此句今據第三卷第八問之例補

立天元一

爲半城徑副置之上位加二行相減數得阮

𠄎爲大股也下位加甲東行步得阮𠄎爲大

勾也乃以大股自增乘得一阮𠄎爲大股羈

寄左乃併大勾大弦得阮𠄎於上又以大勾

減大弦得阮𠄎爲大差以乘上位得卜阮𠄎

爲同數與左相消得卜阮𠄎開平方得一百

二十步倍之卽城徑也合問

又法求大差

法曰二行差自乘爲實置二之二行差於上
乃以甲東行步減二行差又半之以減於上

爲益方

案三因斜行步二因東行步相減折半亦同

半步常法

草曰立天元一爲大差減於二行差得阮

爲半城徑以自之得阮爲半徑寄左

乃以半城徑減於甲東行得下式阮爲小

差又以天元乘之得阮又半之得阮爲

同數與左相消得下式阮以平方開之

得三百六十步卽大差也合問

或問乙出東門不知步數而立甲出北門東行二百步望見乙復就乙斜行一百三十六步與乙相會問荅同前

法曰甲東行步內減二之二行差

案倍斜行步內減東

行步亦同餘以乘甲東行爲實一步常法得半徑

草曰別得二行相減餘六十四步卽半徑爲股之勾立天元一爲半城徑就以爲股率其二行差卽勾率也乃置甲東行步加天元

得阮^〇爲大勾以天元股率乘之得^一阮合

以勾率除之不受除便以此爲大股內帶勾率分母

乃倍天元以勾率乘之得阮以減大股得^一

阮爲一个大差於上內帶勾率分母乃以天元減甲

東行得阮^〇爲小差以乘上位得^一阮阮爲

半段黃方羈內寄勾率爲母寄左然後以天元自之

又以勾率乘之又倍之得^一阮阮爲同數與左

相消得下式^一。阮以平方開之得一百二

十步倍之卽城徑也合問

或問：出東門直行一十六步而止，甲出北門東行二百步，望見乙與城參相直，問答同前。法曰：二行步相減，餘以自乘，內減乙東行，爲實，二之甲東行爲益，從一步，隅法得半徑。草曰：立天元一，以爲半城徑，加乙行步，併以減於甲行步，得阮圃爲平勾率，其天元半徑卽平股率也。乃置乙東行一十六步爲小勾，以股率乘之，得阮合，以勾率除之，今不受除，便以此爲小股。內帶勾率分母又置乙東行加二天

元得阮止爲大勾以股率乘之得二阮合以

勾率除之今不受除便以此爲大股內寄勾率爲母

以此小股大股相乘得三阮阮爲半徑內寄

勾率爲母然後以勾率乘天元內寄得一

阮阮爲同數與左相消得一阮開平方

得一百二十步倍之卽城徑也合問案此係得數各

降二位然後開平方

或問甲乙二人同出北門向東行至東北十字

道口分路乙折南行一百五十步而立甲又

向東行甲前後通行了二百步迴望乙恰與城相直問答同前

法曰以二行步相乘於上又以南行步乘之爲實二行步相乘於上又以乙南行減於甲東行得數復以乙南行乘之加上位其爲法得半徑

草曰立天元一爲半城徑副之上位加甲行步得阮〇〇爲大勾也下位減於甲行步餘阮〇〇爲小勾也其乙折行卽小股也置大勾以

小股乘之得元內寄小勾元為母便以

為大股也再置天元以母乘之得元減於

大股餘元為半個矮梯底於上元內寄小

再置乙折行步內減天元得元為半個矮

梯頭以乘上位得元為半徑元寄左

乃以小勾分母乘天元元算得下式元為

同數與左相消得元上法下實如法而一

得一百二十步即城之半徑也合問

又法

法曰二行步相乘爲實倍甲東行內減乙南
行爲法

草曰立天元一爲半圓徑副之上位加甲東
行得阮爲大勾下位減甲東行得阮爲
小勾此小勾便是勾圓差也其乙南行卽小
股也置大勾以小股乘之得下式阮內寄
小勾阮爲母便以爲大股也再置天元以
二之又以分母乘之得卅爲全徑以減於
大股餘得卅爲股圓差也合以勾圓差

乘之緣內已有小勾分母故不須更乘便以
此爲兩段之半徑幕也更無分母

寄左

再置

天元以自之又二之得 11 元爲同數與左相
消得 11 上法下實得一百二十步卽半城
徑也合問

或問見底勾二百步明弦一百五十三步問答
同前

法曰半底勾乘明弦爲平實併二云數而半
之爲從五分常法得明勾 11

草曰立天元一爲明勾加明弦得 ㄩ 爲高

股也又以天元減底勾而半之得下式 ㄩ

爲平勾也股勾相乘得 ㄩ 爲半徑寄

左然後以天元乘底勾得下式 ㄩ 爲同數與

左相消得 ㄩ 開平方得七十二步卽明

勾也以明勾乘底勾爲平方實如法開之得

一百二十步倍之卽城徑也合問

或問見底勾二百步重弦三十四步問答同前

法曰底勾重弦相減餘倍之內減去底勾案倍

車弦減底勾亦同復以底勾乘之於上又以車弦

乘上位爲三乘方實倍底勾以車弦羈乘之爲從二云數相減餘以自之爲第一廉二云數相減餘又倍之爲第二益廉一步隅法得車股三。

草曰立天元一爲車股加車弦得阮三爲平勾以平勾減底勾餘阮四爲平弦以倍之得阮卅爲黃長弦也此弦內却減底勾餘得下式阮卅爲明勾也復以底勾乘之得阮卅於

上又重弦自乘得一千一百五十六爲分母

以乘上位得𠄎爲帶分半徑羈寄左然後

置黃長弦以天元乘之得𠄎合以重弦除

之不除寄爲母便以此爲全徑也以半之得

半𠄎爲半徑內帶重弦分母以自之得𠄎爲

同數與左相消得𠄎開三乘方得

三十步卽重股也餘各依數求之合問

又法底勾內減二重弦復以底勾乘之復以重

弦羈乘之爲三乘方實餘廉從竝與前同

草曰識別得二數相減餘一百六十六爲平
勾虛弦共又爲平弦重股共於此餘數內又
去半徑卽重和也重和重弦相併卽勾圓差
也相減則重黃方也又倍重弦加重黃亦得
勾圓差也底勾內減重股餘卽小差弦也

立天元一爲重股減於云數相減數得辰
爲平弦以平弦減底勾得辰卽平勾以平
勾減於云數相減數得辰卽虛弦以天元
又減虛弦得辰卽明勾也乃置平弦以天

元乘之得卜阮合直弦除不除寄爲母便以

此爲平股也

卽半徑

平股自之得

卽半徑

半徑羈

內帶直弦寄左

然後置底勾以明勾

乘之得

元

又以直弦羈一千一百五十六

通之得下式

爲同數與左相消得

廉從一一如上

或問見底勾二百步平弦一百三十六步問答

同前

法曰倍平弦內減底勾復以底勾乘之開平

方得半徑

草曰立天元爲半徑先倍平弦內減底勾餘

三爲明勾復以底勾乘之得㗎爲半徑冪

寄左然後以天元冪爲同數與左相消得卜

。開平方得一百二十步又倍之卽城徑

也合問

或問底勾二百步高弦二百五十五步問答同

前

法曰底勾冪乘高弦爲立實底勾冪爲從高

弦爲廉一爲隅得半徑

草曰識別得高弦卽皇極股也 立天元一

爲半徑副之上位加高弦得 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 卽底股也

下位減於高弦得 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 卽明股也置明股以

底勾乘之得 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 合以底股除不除寄爲母

便以此爲明勾又以底勾乘之得 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 爲半

徑羃內帶底寄左然後以天元羃乘底股得

$\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 元與左相消得 $\text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ} \text{ㄩ}$ 開立方得一

百二十步倍之卽城徑也合問

或問底勾二百步重勾重弦和五十步問荅同

前

法曰以二云數相減餘加底勾復以減餘乘之半之於上以減餘自之減上位爲實併云數半之爲法得重股三。

草曰別得二數相減餘 \square 爲小差股立天

元一爲重股減於小差股得 \square 卽半徑也又以天元減半徑得 \square 爲虛股於上又以半徑加底勾得下 \square 爲通勾於下上下相

乘得

二

折半得

一

爲半徑

羈

寄左

爲半徑

羈

爲半徑

羈

爲半徑

羈

爲半徑

羈

爲半徑

羈

爲半徑

羈

爲半徑

然後以半徑自之得下式一
左相消得
上法下實得三十步卽重股也合問

或問見底勾二百步明股明弦和二百八十八步問答同前

法曰二數相減又半之得數又減於底勾餘爲泛率以泛率自之又倍之於上位又二數相減而半之以乘和步所得減於上位爲實

倍泛率於上位又半底勾減和步加上位爲
法得明勾卅

草曰別得和步得明勾爲大差也大差得底
勾爲二中差（鏡案此數偶合於
新設四率俱不通）立天元一

爲明勾加和步得阮脚爲股圓差也（即大
差）內

又加底勾得阮脚折半得阮脚即通勾通股

差也（此即
中差）置大差減中差得下阮脚即小差

也大小差相乘得阮脚阮脚爲半段圓徑（寄
寄）

左乃置底勾內減小差得阮脚爲半徑以自

之得雖匪倍之得下式三為同數與
左相消得三上法下實得七十二步即明
勾也合問

案此條法草與三卷末以小差邊股共為
二中差者同誤依問另設於後

法曰以底勾乘明股弦和羈為實倍底勾
以明股弦和乘之加入明股弦和羈為從
倍明股弦和內減底勾為廉一為隅開帶
縱立方得明勾

草曰別得明弦得明勾爲高股高勾卽半
徑也底勾爲平勾弦和明勾爲平勾弦較
平股卽半徑也 立天元一爲明勾自之
得一應以明股弦和除之不除便以爲
明股弦較內寄明股弦和分母明股弦和自之得非
爲股弦和以加股弦較得一元爲倍明
弦以分母乘倍天元得非爲倍明勾與倍
明弦相加得一元爲倍高股置底勾減
天元得非爲倍平勾與倍高股相乘得

卞卞卞卞卞卞爲城徑羈

內寄明股寄左
弦和分母

又倍

天元與倍底勾相乘得元以寄分母乘之

得元爲相同數與左相消得卞開

立方得明勾合問

〔銳案〕此法及草因數偶合而誤別擬如後

法曰和步乘底勾又以和步乘之爲實倍

底勾加和步又以和步乘之爲從倍和步

內減底勾爲廉一常法開立方得明勾卞

草曰底股底弦和內減和步卽黃長股弦

和也底勾得明勾卽黃長弦也黃長股卽
圓徑明弦上三事和卽大差 立天元一
爲明勾以和步乘底勾得元以明勾除
之得爲底股底弦和也內減和步餘
元爲黃長股弦和也以天元加底勾
得元爲黃長弦以減黃長股弦和餘
爲圓徑倍底勾內減圓徑得元爲兩個小差於上以和步加天元得元
爲一個大差於下上下相乘得下式一

開方

爲圓徑

寄左

然後以天元乘底勾

又四之得 π 。次爲同數與寄左相消得下

式 開方開立方得七十二步卽明勾

也合問

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡卷第四

測圓海鏡細草卷第五

翰林學士知制誥同修 國史樂城李治撰

大股一十八問

或問乙出南門直行一百三十五步而立甲從
乾隅南行六百步望乙與城參相直問荅同
前

法曰倍二行差內減甲南行步復以乘甲南
行步爲實

倍二行差減甲南行步卽是甲南行步內減二之乙南行也

四

之甲南行步內減二之乙南行爲從方四益

測園海鏡卷五

一

隅鏡案元本脫四益隅三字今開平方得半

徑

草曰立天元一爲半徑以二之加乙南行步

得阮爲中股以中股又減於甲南行步得

阮爲股率其天元半徑卽勾率也置甲南

行爲大股以勾率乘之得阮合以股率除之

不受除便以此爲大勾內帶股率分母再置天元以

二之以股率乘之得阮減於大勾餘阮

爲勾圓差於上內有股率分母又以二之天元減甲

南行得 10 。爲大差以乘上位得 100 。爲

半段黃方羈

內寄股寄左
率分母

然後以天元自之

又以股率乘之又倍之得 100 。元爲同數與
左相消得下式 100 。開平方得一百二十
步倍之卽城徑也合問

或問乙出南門東行七十二步而止甲從乾隅
南行六百步望乙與城參相直問答同前

法曰云數相乘爲平實甲南行爲從二益隅
得半徑

草曰別得虛勾乘通股得半段圓徑羈此與
虛股乘通勾同 立天元一爲半徑內減乙
東行得阮_卅爲虛勾以乘甲南行得阮_卅爲
半段徑羈寄左再以天元爲羈又倍之爲同
數與左相消得卅_卅開平方得一百二十
步倍之卽城徑也合問

或問乙出東門直行一十六步甲從乾隅南行
六百步望見乙問答同前

法曰以乙東行乘甲南行羈爲實二之乙東

行乘甲南行爲從方廉空二步隅法得半徑
草曰立天元一爲半城徑以二之加於乙東
行得阮_一爲勾率又以天元減甲南行得阮_二
一°爲股率乃置乙東行以股率乘之得阮_三
合以勾率除不除便以此爲小股此小股卽
半梯之頭也內帶勾率分母又以股率乘之此股率卽半梯之底乘訖得阮_四內帶勾寄左率分母爲半徑內帶勾寄左率分母然後置天元內帶勾寄左率分母以勾率通之得阮_五阮_五爲同數與左相消得廿。內帶勾寄左率分母開立方得一百二

十步倍之卽城徑也合問

或問乙出東門南行三十步而立甲從乾隅南
行六百步望見乙問答同前

法曰二行步相乘爲實以乙南行爲從一步
常法得半徑

草曰立天元一爲半徑以減於甲南行得遠
上爲半梯底以乙南行三十步爲半梯頭以
乘之得阮爲半徑寄左乃以天元冪與

左相消得卜阮開平方得一百二十步卽

半城徑也合問

或問乙從艮隅南行一百五十步而立甲從乾隅南行六百步望見乙問荅同前

法曰二行步相乘爲實并二行步爲法得半徑

草曰立天元一爲半徑副置之上以減於乙南行得遠 \square 爲半梯頭下以減於甲南行得遠 \circ 爲半梯底上下相乘得一 𠄎 𠄎 爲半徑 𠄎 乃以天元冪與左相消得下式 𠄎

上法下實如法而一得一百二十步倍之卽
城徑也合問

或問乙從艮隅東行八十步而立甲從乾隅南
行六百步望見乙問荅同前

法曰二行步相乘又倍之爲實二之乙東行
爲從一步常法得全徑

草曰別得乙東行八十步卽小差也立天元
一爲城徑減於甲南行步得長^上爲大差以
乙東行步乘之得^遠_上又倍之得^遠_下爲城

徑羈

寄左

然後以天元羈與左相消得十也

詳開平方得二百四十步卽城徑也合問

或問南門東不知遠近有樹甲從乾隅南行六百步望樹與城參相直復就樹斜行四百八步至樹問荅同前

法曰兩段

鏡案元本脫兩段二字今據卷第六第七問法之例補

南行

步羈內減兩段兩行相乘數爲實二之南行步爲從一步益隅

草曰別得南行步內減城徑卽小股也其斜

行步卽小弦也又二行相減卽大差爲股之

勾也乃立天元一爲圓徑以減南行步得長

100爲股圓差也合爲小股置南行步以斜行步乘

之得合以小股除之不受除便以此爲大

弦內帶小再置南行步以小股乘之得元元

爲大股亦帶小以大股減大弦得元元爲小

差也合以大差乘之緣於內帶大差分母更

不須乘便以爲半段黃方羈更無又二之得

元元爲一段黃方羈寄左然後以天元羈爲

同數與左相消得十。開平方得二百四十步卽城徑也合問

依前問假令乙出南門東行不知步數而止甲從乾南行六百步望乙與城相直復就乙斜

行四百八步

案此卽前問以明又法

法曰二行差冪乘甲南行爲實二之二行差以乘南行步爲益方二之二行差爲隅得半徑

草曰識別得二行相減卽半城徑與乙東行

共也得此數更不須用斜立天元爲半徑減
於二行差一百九十二得 $\text{元} \text{卅} \text{卅}$ 卽半梯頭也
又以二天元減甲南行步得 $\text{元} \text{卅}$ 爲股率又
以一百九十二爲勾率乃置甲南行以勾率
乘之得 $\text{元} \text{卅}$ 合股率除不除便以此爲大勾
內寄股率分母再置天元以股率乘之得 $\text{元} \text{卅}$ 以減
於大勾得 $\text{元} \text{卅}$ 爲半梯底也頭底相乘得
下 $\text{元} \text{卅}$ 爲半城徑冪也內寄股率分母寄左然
後以股率乘天元冪爲同數與左相消得 $\text{元} \text{卅}$

開平方得一百二十步卽半城徑也合
問

或問東門南不知遠近有樹甲從乾隅南行六
百步見樹復向樹斜行五百一十步至樹間
荅同前

法曰二之差步乘二之甲南行爲實併二之
差步二之甲行步爲從二益隅

若欲從簡上
下俱折半

草曰別得二行相減數卽虛積之股也立天
元一爲圓徑內減二之差步得兀棧爲梯頭

於上又以天元減於二之甲行步得 100 爲

梯底上下相乘得 100

元

爲圓徑

寄左

然

後以天元羈與左相消得 100 開平方得

二百四十步卽城徑也合問

或問乙出東門直行不知步數而立甲從乾隅南行六百步望見乙復就乙斜行五百四十四步與乙相會問荅同前

法曰以二行步相減乘甲南行步得數又半之南行步以乘之爲實以二行差乘南行步

於上又以半之南行步乘南行步加於上爲
從方二之南行步爲益廉一步常法得半徑
草曰別得二行相減卽平積上勾股較此股卽半
徑也又別得是大勾圓差不及平弦數立天元
一以爲半城徑以減南行步得上爲中股
其斜行步卽中弦也乃立半城徑以斜行步
乘之得闕合以中股除今不受除便以此爲
平弦內帶中股分母又以二行步相減餘五十六步
爲勾圓差不及平弦數置此數以中股乘之

得 ㄩ 復以減平弦餘得 ㄩ 爲小差

內帶中股

分乃以二天元減甲南行步爲大差又半之

得 ㄩ 以乘小差得 ㄩ 爲半徑

寄左

然後以天元自乘又以中股通之得 ㄩ

爲同數與左相消得 ㄩ 開立方得一

百二十步倍之卽城徑也合問

翻法在記

或問甲乙二人俱在乾隅乙東行不知步數而

立甲南行六百步望見乙復就乙斜行六百

八十步與乙相會問荅同前

法曰以二行差乘二行併開平方得數內復減二行差得全徑

草曰別得二行相減卽勾圓差也先求大勾立天元一爲大勾以二行相減餘八十步以乘二行相併數一千二百八十步得大爲勾大開平方得三百二十步卽大勾也大勾內減去勾圓差餘二百四十步卽城徑也合問或問南門外不知遠近有樹甲從乾隅南行六百步望樹與城參相直復就樹斜行二百五

十五步至樹問荅同前

法曰倍二行相減數內減甲南行得數復以乘甲南行爲實倍二行相減數爲從二步益隅得半徑

草曰識別得斜行步乃是樹至城心之數也立天元一爲半徑加斜行步得 $\text{阮} \equiv \equiv \equiv$ 爲樹至城北門之步也乃以減於甲南行得 $\text{阮} \equiv \equiv \equiv$ 爲小股率其天元半徑卽小勾率其斜步卽小弦數也再置甲南行步內減天元得 $\text{阮} \equiv \equiv \equiv$ 爲

梯底於上又置梯底內減二之小股率得阮
或卽梯頭也復以乘上位得卜阮阮爲半徑
纂寄左然後以天元纂與左相消得下式卜
阮阮開平方得一百二十步倍之卽城徑也
合問

或問東門外不知步數有槐樹一株甲從乾隅
南行至柳樹下望見槐樹復斜行至槐樹下
甲自云我共行了一千一百四十四步乙從
艮隅東行望見槐樹與城相直復斜行至槐

樹下乙自云我東行步不及斜行五十六步
問荅同前

法曰甲斜行減於甲南行以乘甲南行得數
復以乘二之甲南行爲實半之甲南行以乘
二之甲南行於上甲斜行減於甲南行餘復
以乘甲南行又倍之加上位爲從方二之甲
南行爲益廉五分隅法

案五分隅法
卽半個方

草曰識別得五十六步是小差不及平弦數
此小差卽
勾圓差也又爲平弦上勾股差又爲甲斜行

不及大股乃副置甲共行在地其上位加五十六步而半之得六百步卽大股也其下位減五十六步而半之得五百四十四步卽今弦也立天元一爲圓徑以半之減於甲南行步得 ㄩ 爲中股其斜行五百四十四步卽中弦也乃立半天元以斜步乘之得 ㄩ 合以中股除之今不受除便以此爲平弦 丙寄中股分母 又置勾圓差不及平弦數以中股乘之得 ㄩ 復以減於平弦 丙帶中股分母 爲小差又以

天元減甲南行倍之得 ㄣ° 為兩個大差以

乘小差得 ㄣ° 為圓徑 ㄣ° 寄左然後以中

股乘天元 ㄣ° 得下式 ㄣ° 元為同數與左相

消得 ㄣ° 開立方得二百四十步即城

徑也合問翻法在記

或問出東門向南行不知步數有柳樹一株甲

從乾隅南行六百步望見柳樹而止乙出東

門直行不知步數望見柳樹與甲相直却斜

行三十四步至柳樹下問荅同前

法曰斜行乘甲南行數以乘甲行羈爲實斜
行乘甲南行羈又三之爲從方甲行羈內減
兩段斜行南行相乘數案甲南行內減二之
乙斜行以甲南行乘
之爲第一廉二之南行步爲第二益廉二步
常法得半徑

草曰立天元一爲半徑以二之減甲南行得
挺_上爲大差以自之得_三
_北爲大差羈加
於南行羈得_三
_北又半之得_二
_北爲大
弦也內帶大差挺_上分母別寄又置乙斜行

以大股六百步乘之得管合大弦除不除便

以此爲小股也內帶大乃以天元減甲南行

得上卽半梯底也以乘小股半梯頭得上

非爲半徑羈於上此半徑羈內有大弦分母

緣別寄大弦分母元帶大差分母故又用大

差分母上乘上半徑羈得上爲帶分

半徑羈也所帶之分謂只帶大弦分母也寄

左然後以大弦乘天元羈得上元爲同

數與左相消得上開三乘方得一

百二十步卽半城徑也合問

案此條寄分內又帶寄分則以所帶之分乘本條仍以寄分乘次條者蓋寄分爲應除本條之數而寄分內所帶之分又爲應除寄分之數今不除寄分而乘本條則猶是寄分乘次條之理也乘除之變至斯而極矣

又法置甲行羈於上又置甲行羈半之以乘上位爲實以斜行乘甲行羈倍之於上位又以

甲行再自乘加上位爲益方置甲行羈於上
以斜行乘甲南行倍之以減上位爲第一廉
甲南行步爲第二益（鈔案元本脫
益字今補）廉半步常
法得股圓差

草曰立天元一爲股圓差（即大
差）以自之爲羈

以加甲南行羈得一元（半之）又以天元除

之得（太）爲大弦其甲南行即大股也別

置乙斜行三十四步以大股乘之得（太）合大

弦除不除便以爲小股（內寄大
弦分母）乃以天元加

甲南行步得一為全梯底也以乘小股半

梯頭得一

又倍之得二

為城徑羈

丙寄大弦

為城徑羈

丙寄大弦

為寄左

乃置天元大差減甲南行餘為圓徑

以自之得一

又以大弦分母乘之得二

為同數與左相消得下式

上

為同數與左相消得下式

為同數與左相消得下式

為同數與左相消得下式

為同數與左相消得下式

為同數與左相消得下式

為同數與左相消得下式

為同數與左相消得下式

為同數與左相消得下式

開三乘方得三百六十步即股圓差也

以股圓差減甲南行餘二百四十步即城徑

也合問

也合問

也合問

也合問

也合問

也合問

也合問

也合問

也合問

或問甲從乾隅南行六百步而止丙從南門直

行乙出南門東行各不知步數而立甲望乙
丙悉與城參相直既而乙就丙斜行一百五
十三步相會問荅同前

法曰以甲南行步再自之於上以斜行步乘
甲南行羈又倍之減上位爲立方實南行步
自之又四之於上以斜步乘甲南行又倍之
減上位爲益從六之甲行步爲從廉四步虛
常法得半徑

草曰立天元一爲半徑以二之減於甲南行

得卅為大差也以自之得卅卅為大差

冪也乃置甲南行冪內加大差冪而半之得

二卅為大弦也內帶大又置甲南行冪內

減大差冪而半之得卅為大勾也亦帶大

乃置斜行步在地以大勾乘之得卅合以

大弦除不除便以此為小勾內帶大弦為母

其大勾內元有即半梯頭也寄上再置天元

半徑以大差乘之得卅以減於大勾得

元為半梯底也以乘上位得卅元為半徑

羈也

內帶大差及寄左大弦爲母

然後置天元羈以大

差通之又以大弦通之得卅



元爲同

數與左相消得卅



開立方得一百二

十步卽半城徑也合問

依前問假令南門外有樹乙出南門東行不知

步數而立

只云乙東行步少於樹去城步

甲從乾隅向南行

六百步望樹與乙悉與城參相直乙就樹斜

行一百五十三步至樹下問荅同前

法曰以斜行步乘甲行羈爲立方實以甲行

羈半之於上以斜行步乘甲行步減上位爲
益從廉無入〔銳案〕無入謂無對也見九章
算術注元本誤作人今改正五
分虛隅得大勾大弦差

草曰別得斜步卽小弦小弦得小和卽勾弦
差也立天元一爲股圓差以自之爲羈副之
上以加甲南行羈而半之得〇元卅爲大弦
也寄大差
分母下以減於甲南行羈而半之得下

式卅元卅

卅

爲大勾也

寄大差
分母

乃置斜步以大

勾乘之得下

卅元卅

卅

合大弦除不除便以此

爲小勾

寄大弦分母

又置斜步以甲南行乘之得

太

合以大弦除爲小股不除而又以同母分

通之得 $\frac{1}{2}$ 太爲同分小股也

只寄大注大股弦分母乘時

無大差分母故今通之以齊大勾上所有大差分母也

又置斜步以大

弦通之得 $\frac{1}{3}$

元爲通分小弦也三位相併

得

元爲股圓差也

寄左

然後置天元大差

以大弦分母通之得 $\frac{1}{4}$

元

爲同數與左相

消得 $\frac{1}{5}$

元

開立方得三百六十步卽股

圓差也以股圓差減於甲南行步卽城徑也

合問

或問東門外不知步數有樹甲從乾南行六百步而止乙出北門東行斜望樹及甲與城參相直却就樹斜行一百三十六步問荅同前法曰二行步相乘於上又半甲南行乘之爲實二行相乘於上又半甲南行以乘甲南行加上位爲益從甲南行爲從廉一步益隅開立方得半徑

草曰立天元一爲半徑便以爲小股其斜行

步卽小弦也乃以甲南行爲大股以小弦乘
之復以天元除之得 太非 卽大弦也又倍天
元減甲南行餘 上 爲大差以減大弦餘 上
 太非 爲大勾也又倍天元以減勾得 太非 爲
小差也却以半大差 上 乘之得 上 太非 爲
半徑 寄左 乃以天元冪相消得下式 上
 上 開立方得一百二十步卽半徑也合問
或問南門外不知步數有槐樹一株東門外不
知步數有柳樹一株槐柳二樹相去二百八

十九步有人從乾南行六百步而止斜望槐柳與城參相直問蒼同前

法曰云數相乘得又自增乘爲三乘方實斜

步羈乘南行步又二之爲益從二云數相乘

又倍之案此下脫內減斜步羈五字。爲益

廉二之斜步爲第二從廉二步常法得槐至

城心步

草曰別得槐樹至城心步卽人所止至槐樹

步也乃立天元一爲槐樹至城心步卽人至槐處

加於斜步得 ㄩ 為邊弦也以天元乘之得

一 ㄩ 合斜步除不除便以此為邊股寄斜步
分母

又以斜步乘南行步得 ㄩ 為大股以邊股

減之餘卜太為半城徑寄斜步
分母以自之得

一 ㄩ 為半徑內帶斜步
寄左又以

天元減斜步得 ㄩ 為直弦以天元乘之得

卜 ㄩ 合斜步除不除寄為母便以此為半

梯頭以邊股半梯底乘之得卜 ㄩ 為同

數與左相消得 ㄩ 開三乘方得二

百五十五步卽槐樹至城心之步也亦爲皇極正股又自之得數以減斜冪餘如平方而一得城心至柳樹步又爲皇極正勾也勾股相乘倍之爲實如斜步而一卽城徑也合問或問甲從乾南行六百步而立乙出南門直行丙出東門直行三人相望俱與城相直而乙丙共行了一百五十一步問答同前

法曰甲南行爲冪折半又以自之爲實倍共步加甲南行以乘半段甲行冪爲從方甲行

乘其數爲從廉一个半甲南行爲第二益廉
二分五釐爲三乘方隅

草曰識別得共步加城徑卽皇極和也又是
半徑爲勾之弦與半徑爲股之弦相和步也
二之此數內減去大弦卽皇極勾股內黃方
面也亦爲太虛弦乃立天元一爲大差以自
之副置二位上位減於甲南行幕以天元除
之又折半得 ㄅ 太 ㄅ 爲大勾也下位加甲南
行幕以天元除之又折半得 ㄅ 太 ㄅ 爲大弦

也其甲南行卽大股也併大勾大股得下式

$\begin{matrix} \text{太} \\ \text{上} \end{matrix} \begin{matrix} \text{太} \\ \text{上} \end{matrix} \begin{matrix} \text{太} \\ \text{上} \end{matrix} \begin{matrix} \text{太} \\ \text{上} \end{matrix} \begin{matrix} \text{太} \\ \text{上} \end{matrix}$ 卽大和也再立天元減甲南行得卜

$\begin{matrix} \text{太} \\ \text{上} \end{matrix}$ 卽圓徑也加共步得 $\begin{matrix} \text{太} \\ \text{上} \end{matrix}$ 卽皇極和又是

半徑爲勾之弦及半徑爲股之弦共數也又

倍之得 $\begin{matrix} \text{太} \\ \text{上} \end{matrix}$ 卽全徑爲勾之弦及全徑爲股

之弦共數也內減大弦得 $\begin{matrix} \text{太} \\ \text{上} \end{matrix}$ 卽小和內

黃方面也乃置天和 $\begin{matrix} \text{太} \\ \text{上} \end{matrix}$ 以小黃方面乘

之得 $\begin{matrix} \text{太} \\ \text{上} \end{matrix}$ 合以小和除之不除便以

此爲大黃方也內寄小和爲母寄左然後以天元減

甲南行得遠。爲大黃方以小和乘之得。

開三爲同數與左相消得。

乘方得三百六十步卽股圓差也以股圓差

減於甲南行餘二百四十步卽城徑也合問

或問丙出南門東行乙出東門南行各不知步

數而立甲從乾隅南行六百步斜望乙丙悉

與城參相直乙就丙斜行一百二步相會問

答同前

法曰以斜步乘甲南行畧又倍之爲實倍甲

行羈於上又以斜步乘二之甲南行加於上
爲從方四之甲南行爲益廉四步常法開立
方得半徑

草曰別得斜步爲小弦也以斜步減圓徑餘
爲小和也乃立天元爲半徑以二之減於甲
南行得阮爲大差也以自之得阮爲
大差羈也置甲南行羈太內加大差羈而半
之得阮爲大弦也內帶大差又置甲南
行羈內減大差羈而半之得阮爲大勾也

帶大差
分母

又以大差乘股六百步得元併入

大勾得卅元

爲大和也

帶大差
分母

乃先以小

弦乘大和得下式元

寄左

又以小和元

乘大弦得元

爲同數與左相消得

下元開立方得一百二十步卽半徑

也合問

依前問假令乙出東門南行丙出南門東行各

不知步數而立

只云丙行步
多於乙行步

甲從乾隅南行

六百步望乙丙與城參相直乙復斜行就丙

行了一百二步與丙相會問荅同前

法曰以斜步乘甲行羈又倍之爲立方實甲行羈內加斜行南行相乘數爲從方甲南行爲益廉半步爲隅得全徑

草曰別得相就步卽小弦也小弦得小和爲直徑也 立天元一爲城徑以減於甲南行步得^上爲大差以自之得^一爲大差

羈也置甲南行步以自之爲羈副之上以加大差羈而半之得^上爲大弦也

丙寄大
差分母

下以減大差羈而半之得 〇 。爲大勾也。

內寄大差分母乃置相就步在地以大勾乘之得 〇 。

元合大弦除不除寄爲母便以此爲小勾也。

寄大弦母又置斜步 〇 。以甲南行乘之。

得 〇 。合以大弦除之不除寄爲母便以此

爲小股而又以元分母大差乘之得 〇 。爲

同分小股也只寄大弦分母 〇 。其大勾內元有

股內却無分母故今乘過復以大差通之齊分母也又置斜行步以大

弦通之得 〇 。爲小弦也上三位相併得

元元為城徑也內寄大寄左然後置天元以

大弦通之得元為同數與左相消得元

開立方得二百四十步即城徑也合

問

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第五

